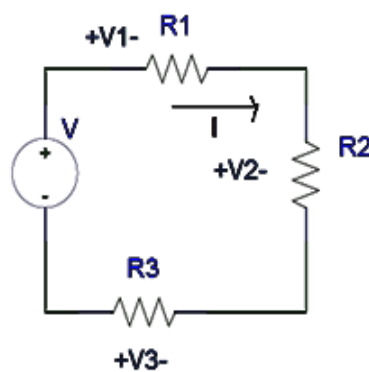


EC1251

ACTIVIDAD 1

1) Demuestre que la resistencia equivalente a la conexión en serie con n resistencias es la suma de todas ellas.

Tomemos en cuenta el siguiente circuito donde se tienen 3 resistencias en serie (misma corriente circulando por ellas)



Por Kirchhoff:

$$-V + V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

Si sustituimos para cada voltaje la ley de ohm ($V=IR$) obtenemos:

$$V = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3$$

Pero por estar en serie

$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

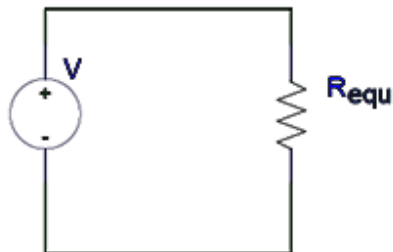
Sustituyendo esta expresión en la anterior se obtiene que:

$$V = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

Que puede representarse como el circuito equivalente mostrado en la siguiente figura donde:

$$V = IR_{\text{equivalente}}$$

$$R_{\text{equivalente}} = R_1 + R_2 + R_3$$

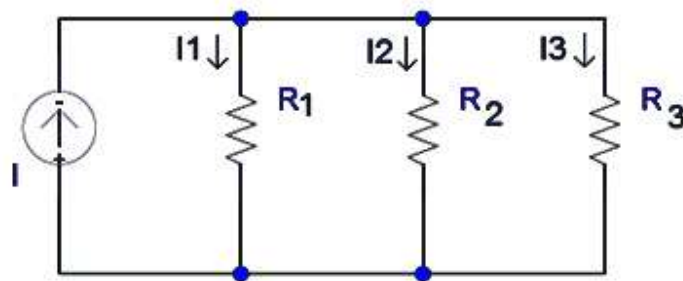


Así que se puede concluir que para un circuito de n resistencias es válido:

$$R_{\text{equivalente}} = \sum_{i=1}^N R_i$$

2) Demuestre que la conductancia equivalente a la conexión en paralelo de n conductancias es igual a la suma de todas ellas

Tomemos en cuenta el siguiente circuito, donde se tienen tres resistencias en paralelo:



Aplicando la ley de corriente de Kirchoff se tiene que:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Si sustituimos para cada corriente la expresión de la ley de ohm obtenemos:

$$I = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = G_1 V_1 + G_2 V_2 + G_3 V_3$$

Pero por estar en paralelo:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

Sustituyendo esta expresión en la anterior se obtiene que:

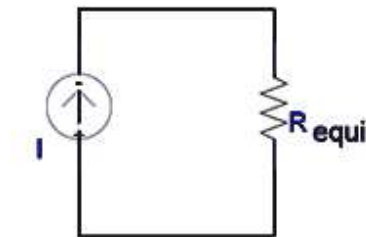
$$I = G_1V + G_2V + G_3V = V(G_1 + G_2 + G_3)$$

Que puede representarse como el circuito de la siguiente figura donde:

$$I = VG_{\text{equivalente}}$$

$$G_{\text{equivalente}} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$G_{\text{equivalente}} = \frac{1}{R_{\text{equivalente}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

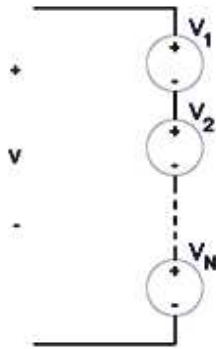


Así que se puede concluir que para un circuito de n resistencias es válido:

$$G_{\text{equivalente}} = \sum_{i=1}^N G_i$$

3) Demuestre que un grupo de fuentes de voltaje conectadas en serie pueden ser sustituidas por una sola fuente igual a la suma algebraica de aquellas

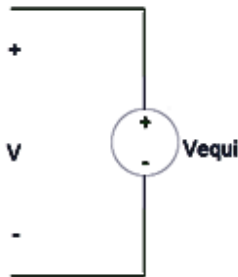
Tomemos en cuenta el siguiente circuito:



Por ley de Kirchhoff de voltaje se tiene que:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N$$

Por lo que este circuito puede ser representado por el mostrado en la siguiente figura, y se concluye que un grupo de fuentes de voltaje en serie pueden ser sustituidas por una sola fuente equivalente a la suma algebraica de las mismas.

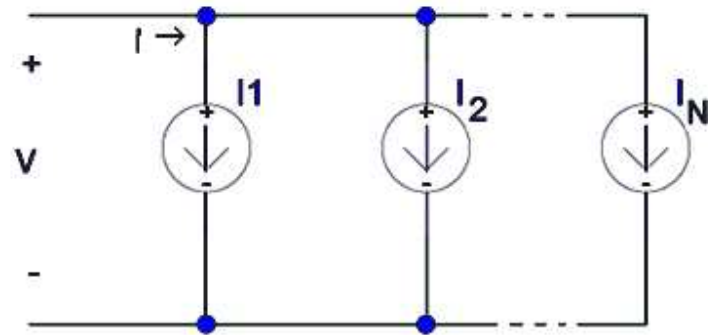


Donde

$$V_{\text{equi}} = V_1 + V_2 + \dots + V_N$$

4) Demuestre que un grupo de fuentes de corriente conectadas en paralelo pueden ser sustituidas por una sola fuente iguala la suma algebraica de aquellas.

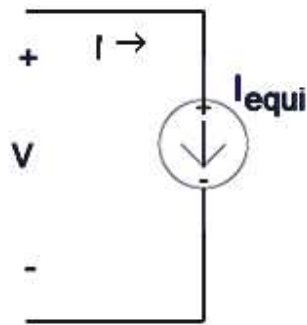
Tomemos en cuenta el siguiente circuito:



Por ley de Kirchhoff de corriente se tiene que:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

Por lo que el circuito anterior se puede representar como:

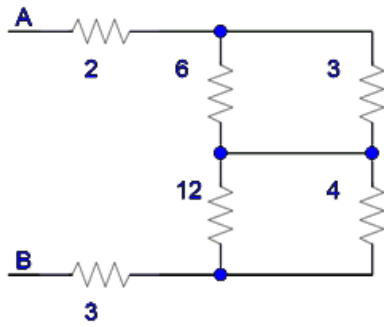


Donde:

$$I_{\text{equi}} = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

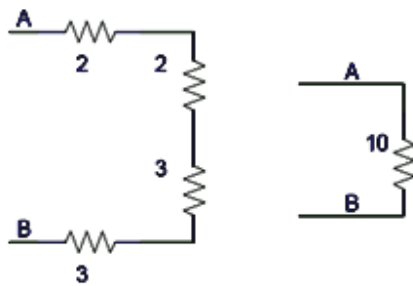
5) Hallar la resistencia equivalente en Req entre los terminales A y B de las siguientes redes:

5.a)

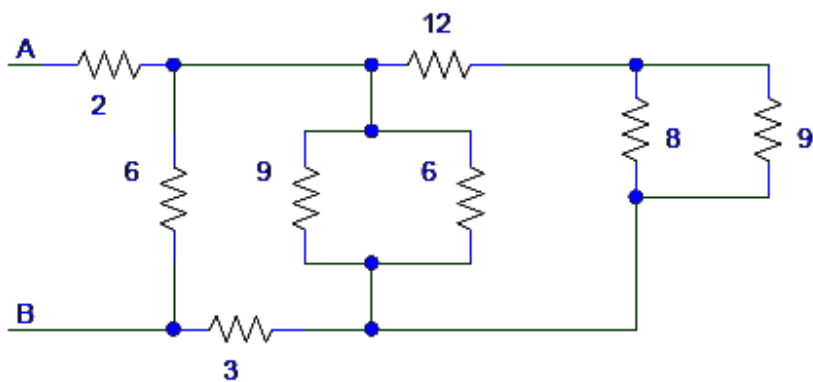


$$6 // 3 = \frac{18}{9} = 2\Omega$$

$$12 // 4 = \frac{48}{16} = 3\Omega$$



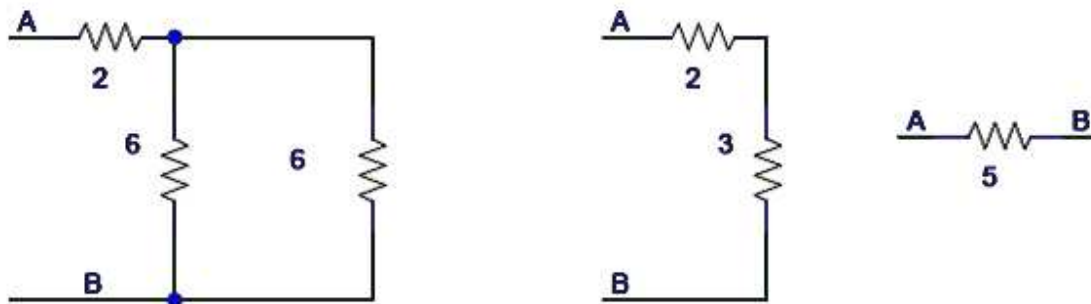
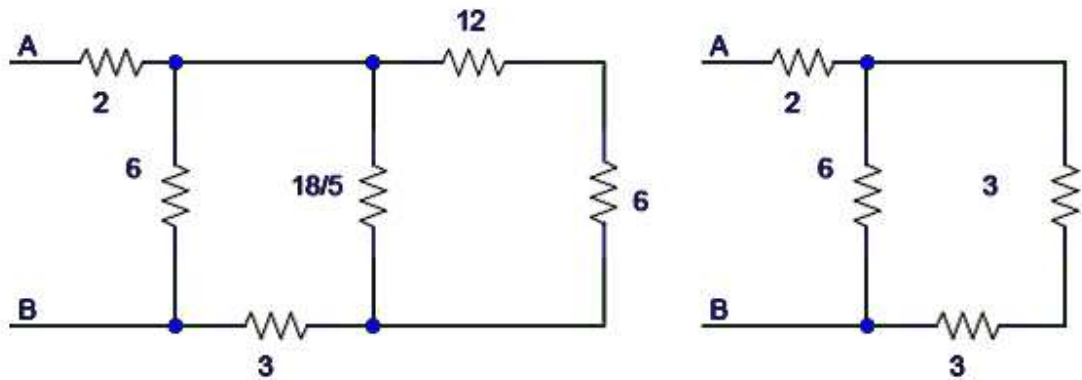
5.b)



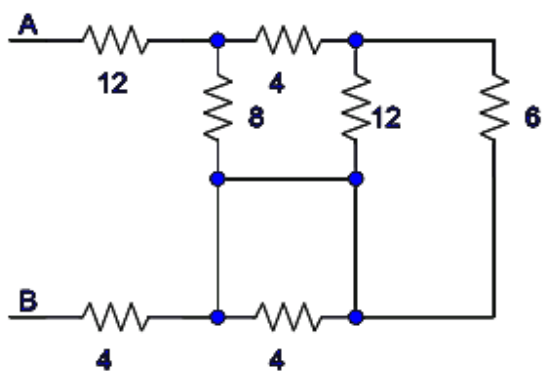
$$18 // 9 = \frac{162}{27} = 6\Omega$$

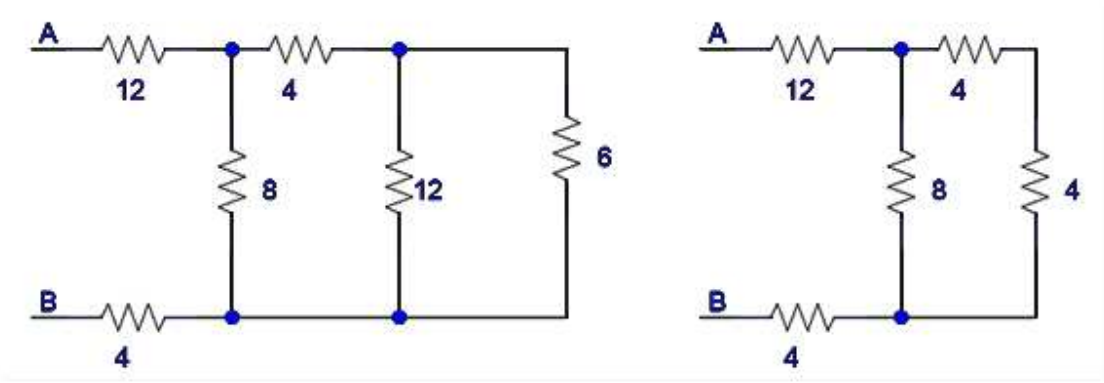
$$9 // 6 = \frac{54}{15} = \frac{18}{5}\Omega$$

$$18 // \frac{18}{5} = \frac{324}{108} = 3\Omega$$

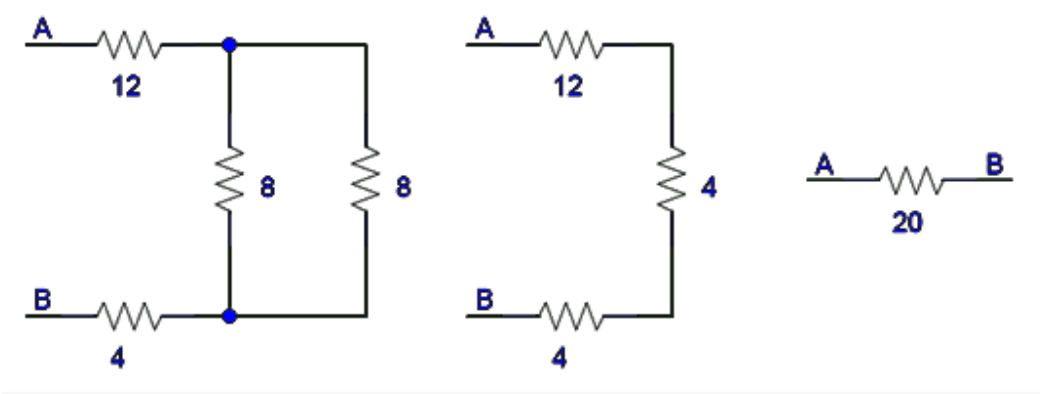


5.c)

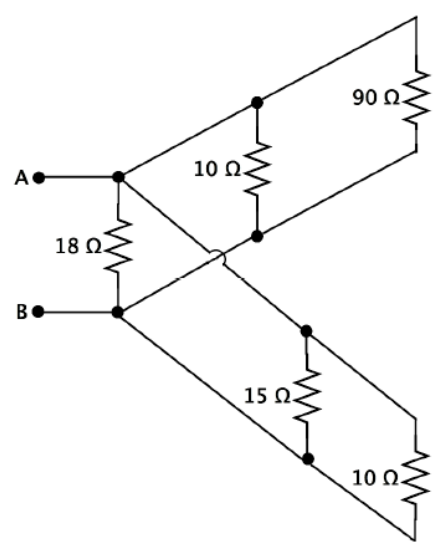




$$12 // 6 = \frac{72}{18} = 4\Omega$$



5.d)

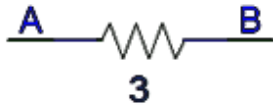


$$90 // 10 = 9\Omega$$

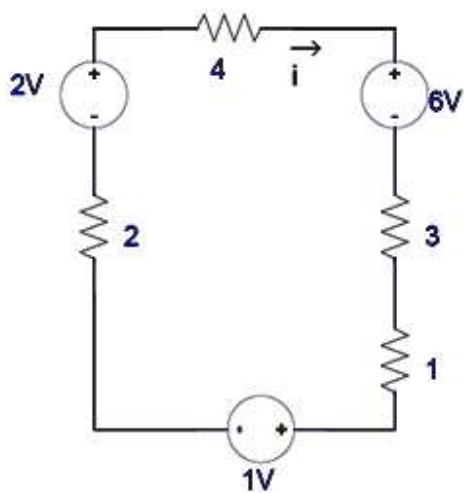
$$15 // 10 = \frac{150}{25} = 6\Omega$$

$$9 // 18 = \frac{162}{27} = 6\Omega$$

$$6 // 6 = 3\Omega$$

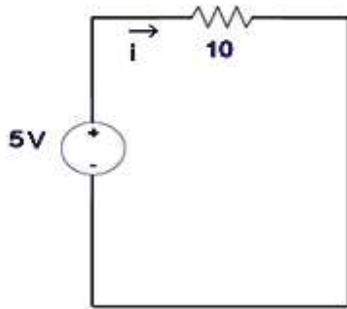


6) Reduzca el siguiente circuito a uno equivalente con una sola fuente de tensión y una sola resistencia, y determine el valor de corriente I.



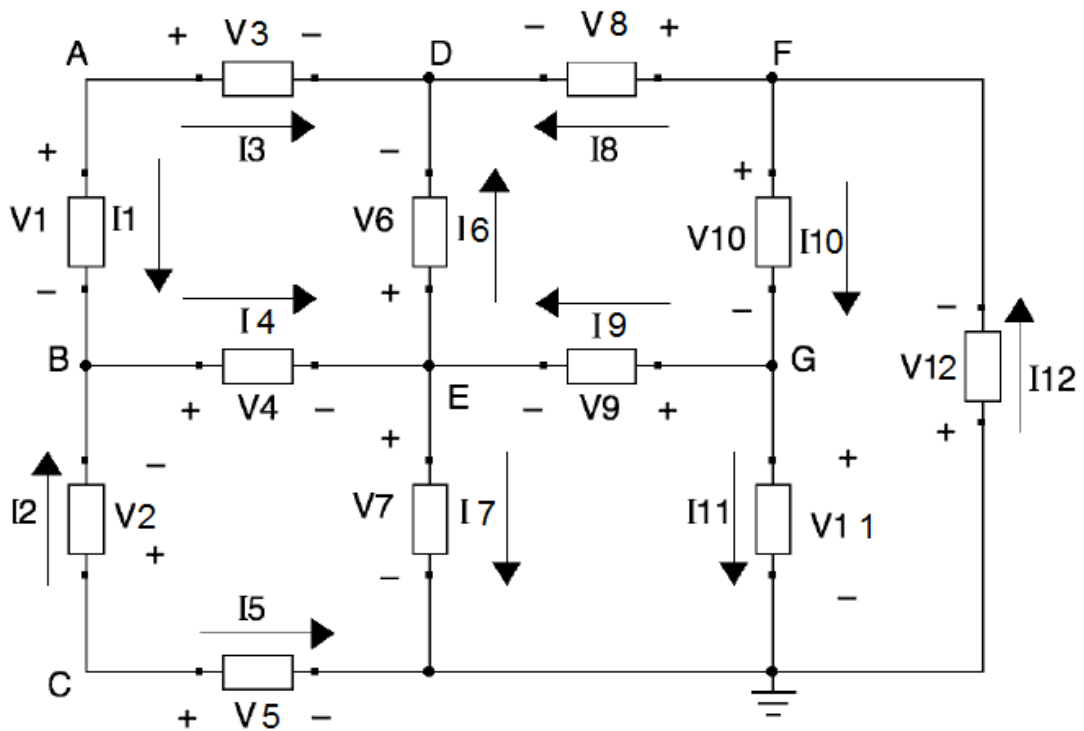
$$-2V + 6V + 1V = 5V$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5V}{10\Omega} = 2A$$



7) En la red eléctrica de la figura:

7.a) Complete las asignaciones de voltajes y corriente según la convención vista en clase.



7.b) Escriba las ecuaciones de Kirchhoff de corriente para los nodos A, B, C, D, E, F, G y el nodo de referencia. Compruebe que la ecuación del nodo de referencia es una combinación lineal de todas las demás

$$\text{A: } 0 = I_1 + I_3 \quad (1.1)$$

$$\text{B: } I_1 + I_2 = I_4 \quad (1.2)$$

$$\text{C: } 0 = I_2 + I_5 \quad (1.3)$$

$$\text{D: } I_3 + I_6 + I_8 = 0 \quad (1.4)$$

$$\text{E: } I_4 + I_9 = I_6 + I_7 \quad (1.5)$$

$$\text{F: } I_{12} = I_8 + I_{10} \quad (1.6)$$

$$\text{G: } I_{10} = I_9 + I_{11} \quad (1.7)$$

$$\text{Ref: } I_7 + I_{11} + I_5 = I_{12} \quad (1.8)$$

De (1.7) se obtiene que:

$$I_9 = I_{10} - I_{11}$$

De (1.5) se obtiene que:

$$I_6 = -I_3 - I_8$$

Sustituyendo las expresiones de I4, I9 y de I6 en la ecuación (1.5) se obtiene:

$$I_1 + I_2 + I_{10} - I_{11} = -I_3 - I_8 + I_7 \quad (1.9)$$

De (1.1) se sabe que:

$$I_1 = -I_3$$

De (1.3) se sabe que:

$$I_2 = -I_5$$

De (1.6) se obtiene que:

$$I_{10} = I_{12} - I_8$$

Sustituyendo las expresiones obtenidas para I1, I2 e I10 en (1.9) se obtiene que:

$$-I_3 - I_5 + I_{12} - I_8 - I_{11} = -I_3 - I_8 + I_7 \Rightarrow I_7 + I_5 + I_{11} = I_{12} \text{ c.q.d}$$

7.c) Escriba las ecuaciones de Kirchhoff de voltaje para los lazos que contienen los nodos: A-D-E-B, D-F-G-E, G-F-ref, C-B-E-ref, E-G-ref y C-B-A-D-F-ref.

$$\text{ADEB: } V_3 - V_6 - V_4 - V_1 = 0 \quad (1.10)$$

$$\text{DFGE: } -V_8 + V_{10} + V_9 + V_6 = 0 \quad (1.11)$$

$$\text{GFref: } -V_{10} - V_{12} - V_{11} = 0 \quad (1.12)$$

$$\text{CBEref: } V_2 + V_4 + V_7 - V_5 = 0 \quad (1.13)$$

$$\text{EGref: } -V_9 + V_{11} - V_7 = 0 \quad (1.14)$$

$$\text{CBADFref: } V_2 - V_1 + V_3 - V_8 - V_{12} - V_5 = 0 \quad (1.15)$$

7.d) Experimentalmente se determinaron los valores:

$$I_3 = 2\text{A}$$

$$I_2 = -3\text{A}$$

$$I_8 = 1\text{A}$$

$$I_{11} = 2\text{A}$$

$$I_{12} = 4\text{A}$$

$$V_1 = 2\text{V}$$

$$V_2 = 1\text{V}$$

$$V_4 = 3\text{V}$$

$$V_6 = 6\text{V}$$

$$V_7 = -1\text{V}$$

$$V_{10} = 3\text{V}$$

$$V_9 = -4\text{V}$$

Calcule las demás variables de la red

Corrientes:

$$I_1 = -I_3 = -2A$$

$$I_4 = I_1 + I_2 = -2A - 3A = -5A$$

$$I_5 = -I_2 = 3A$$

$$I_6 = -I_3 - I_8 = -2A - 1A = -3A$$

$$I_{10} = I_{12} - I_8 = 4A - 1A = 3A$$

$$I_9 = I_{10} - I_{11} = 3A - 2A = 1A$$

$$I_7 = I_4 + I_9 - I_6 = -5A + 1A + 3A = -1A$$

Voltajes:

$$V_3 = V_1 + V_4 + V_6 = 2V + 3V + 6V = 11V$$

$$V_5 = V_2 + V_4 + V_7 = 1V + 3V - 1V = 3V$$

$$V_8 = V_6 + V_9 + V_{10} = 6V - 4V + 3V = 5V$$

$$V_{11} = V_9 + V_7 = -4V - 1V = -5V$$

$$V_{12} = -V_{10} - V_{11} = -3V + 5V = 2V$$

7.e) Halle la potencia en cada uno de los elementos de la red, indicando si entregan o absorben potencia. Compruebe que la potencia total en la red es cero.

Corrientes

$$I_1 = -2A$$

$$I_4 = -5A$$

$$I_7 = -1A$$

$$I_{10} = 3A$$

$$I_2 = -3A$$

$$I_5 = 3A$$

$$I_8 = 1A$$

$$I_{11} = 2A$$

$$I_3 = 2A$$

$$I_6 = -3A$$

$$I_9 = 1A$$

$$I_{12} = 4A$$

Voltaje

$$V_1 = 2V$$

$$V_4 = 3V$$

$$V_7 = -1V$$

$$V_{10} = 3V$$

$$V_2 = 1V$$

$$V_5 = 3V$$

$$V_8 = 5V$$

$$V_{11} = -5V$$

$$V_3 = 11V$$

$$V_6 = 6V$$

$$V_9 = -4V$$

$$V_{12} = 2V$$

Potencia:

$$P_1 = -4W$$

$$P_4 = -15W$$

$$P_7 = 1W$$

$$P_{10} = 9W$$

$$P_2 = -3W$$

$$P_5 = 9W$$

$$P_8 = 5W$$

$$P_{11} = -10W$$

$$P_3 = 22W$$

$$P_6 = -18W$$

$$P_9 = -4W$$

$$P_{12} = 8W$$

Potencia entregada

$P_1, P_2, P_4, P_6, P_9, P_{11}$

Potencia absorbida

$P_3, P_5, P_7, P_8, P_{10}, P_{12}$

$$\Sigma P_{\text{ABSORBIDA}} = -4W - 3W - 15W - 18W - 4W - 10W = -54W$$

$$\Sigma P_{\text{ABSORBIDA}} = 22W + 9W + 1W + 5W + 9W + 8W = 54W$$

$$P_{\text{TOTAL}} = P_{\text{ABSORBIDA}} + P_{\text{ABSORBIDA}} = 0W$$